開方算式

關孝和 編撰

開方者隨命商之乘數號之所謂得二級式者直命商而除之故摸然則為一綫形是以號商除得三級式者以商一次相命而除之故一乘也摸然則為平形是以號平方得四級式者以商二次相命而除之故二乘也摸數則為立形是以號立方得五級式者以商三次相命而除之故三乘也無然之可摸是以號三乘方凡謂除者非截數一偏之損蓋其理不離加正負相尅而數自摸也然古者以為截實之法大誤也逐乘如此隨得式級數以商相命之以其次數即為開方乘數也或置式級數內截一餘為乘數也

謀商

是考商位也凡量最最初之商者難考得適數于一般故或先起於一個數或屬題數而窺其位皆立商數從丁命而除之實餘則商不及故逐增其數乃多少不定任意而增之開之若誤而商太過則諸級反覆而難得同名之後商故立異名商是又隨時斟酌其數也開之從各級正負復于舊亦立同名商開之雖實首已除去其數未盡則以方假約實而視次位逐視未商之位者皆倣此若依數偶有過不及者宜增損而用之也立其數于次商開之逐如此開盡實級而後并所立之同名商又并異名商而相減餘為實級定商每變式皆如此開盡之也

假如平方 丅 𝍡 丨

商毎變式皆如此開盡之也

假如 平方 𝍥 𝍨 𝍠

先立正商一自廣命之至實除之餘正九逐下命之至方相裁餘負六 𝍨 𝍥 𝍠 是商少而實餘太多故又立商正三如前開之實盡方亦為空得變式

實盡
○

𝍠

於是無商故所立二次正商相并得正四為定商也

假如 平方 𝍪𝍣 ╲ 𝍠

先立正商自廣命之至實除之餘正一十六逐下命之至方相裁餘負八

𝍥
𝍨
𝍠

是商少而實餘太多故又立商正二命加裁之餘實正四方負四

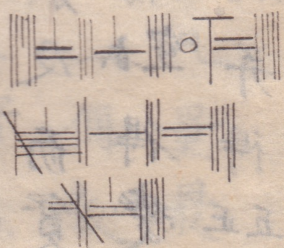
𝍣
𝍣
𝍠

此商未及而實數餘故再立正商二如前開之實盡方亦為空得變式

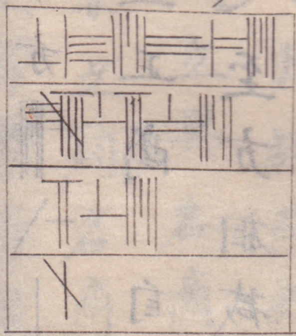
實盡
○
𝍠

於是無商故所立三次正商相并得正五為定商也

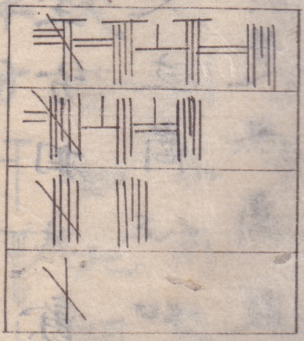
假如立方



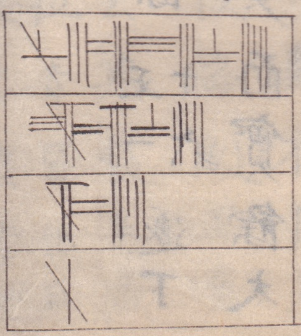
先量初商五正自隅至上命之除實逐下命之至廉加減而得



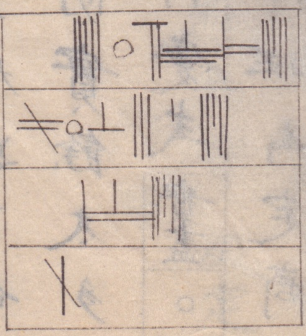
是初商數步而實餘故又立後商五正開之如前命加減之得



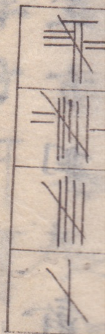
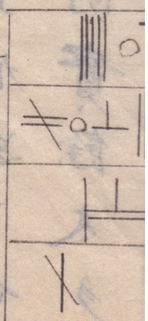
後商太過而諸級皆變負難得正商故反立負商一開之得



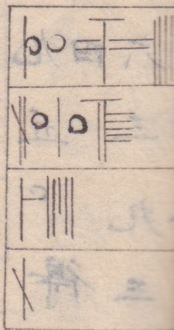
此負商未反商式中又難得正商故再立負商二如前開之得



於是諸級正負悉復于舊故以七一假約二見

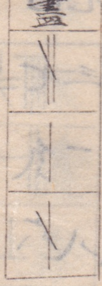
得  負商二如前開之得 

於是諸級正負悉復于舊故以七一段

次位二次即為次正商以  又以方假約

之命加減而開之得 實視次位五釐

以之即為三商如前開之實級盡而得一變式

實盡  此式開之則不得商故所立之正商

四數相并共得正一十個二〆五釐。又負商二數相并共得

負個之相減餘正七個〆五釐二為定商也

窮商

是究商數畸零之微也開實數有不盡若隨開出位

數以方除實異同名除者定得負數名除者定得正數也以其數依正負

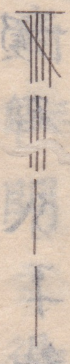
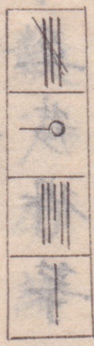
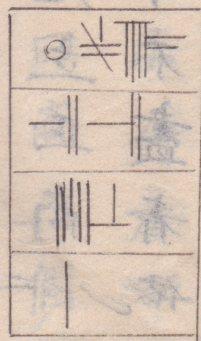
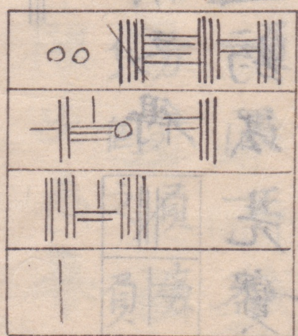
加減于開商為次商以之自原式隅命之至實加減

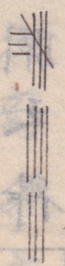
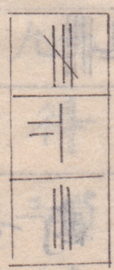
之亦自隅至方加減之以其方隨次商位數除其實

以得數加減于次商為三商或依數有圭尾位而生微差者是故為定商則

畧末一位次第如此得各級定商也
而用之　平方
假如　先立員商一個開之得　次立員商七八開之
得　如此有不盡故隨開商位數以正方
四個六八除正實二八九釐得員六釐三毛并開商得員一個七八六
三為次商即自原式廣命之至實相截餘正四七一
六九又以次商命廣至方相截餘正四個四七四以之隨
次商位數除實正四毛一六九得員九糸三一八并次商得員一
個七八六三九三一八為三商即命於原式廣至實相截
餘正九纖九五五一二三四。又命廉至方相截餘正四個四七二
一三六四以之除實正九纖九五五一二四。得員三纖二二五○○二○
并三商得員一個七八六三九三為四商逐如

假
如立方
此究其術也

此究其微也
假如立方

先立正商一個開之得

又立正商一八開
之

復

如此有不盡故隨開
得立商位數以方正一十二個八
正商重六開之得八〇二除實員四厘四四二四
得正三毛四六并開商得正一個二八六三四六為次商即自
原夫偶命之至實相減餘員五忽七〇七四七三〇二六四又
命於偶至方相加得正一十二個八四二八三三五一四八以之
除實員五忽七〇七四七三〇二六四得正四微四四四〇九并次商得
正一個二八六三四六四四四四〇九為三商逐如此究其微也
通商

是開商命不盡數也蓋百開分子方是也或曰開方
通分乃自方遞至下餘數皆相并為一等之分母以實餘為分子命之若式中或本帶數或異員者
用此法而後續求之則諸級數相混故難別加若實
哉亦不能復餘數于其舊是此古法之誤也
數不能開盡而命分者從實至隅或起於隅實者亦同至餘數
依遍約法名約之以實為分子自方遞下諸級正負
數相遍而各為分母命之也
假如平方

先立正商二開之得

此數不能開盡故
命不盡者依遍約法先實三與方一二十宜減得
等數三以之與廣三互蔵得等數三為約法即
約實得一負為分子約方得七正約廣得正合為分
母兩數相通命之曰商二個正方七正廣一也

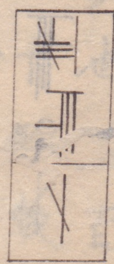
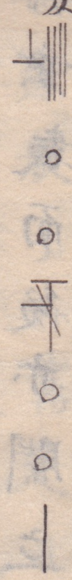
約實得一負為八子約方得七正約廣得正合為八
母兩數相通命之曰商二個正方七正廣一也
假如三乘𝍫̸𝍪二
先立正商個三開之得

𝍥̸
𝍩𝍡
𝍣̸
𝍡

此數命不盡者
依遍約法如前得等數二約諸級數得實三負為
八子得方六正廣二負隅一正各為八母三數相通命
之曰商三個一正方六負廣二正隅
一八個之負實三也

疊商

是累而開出商也得式實下隅上各均夾空級者縮
之先開出商幾自乘冪數而後再開出真商也乃遍
縮一級者開出自乘數而後亦開平方除之遍縮二
級者開出再乘數而後亦開立方除之遍縮三級者
開出三乘數而後亦開三乘方除之得各商也
假如方三乘𝍰̸〇𝍧〇𝍠̸

先縮空級得平方開之得九再為實開
平方除之得商三也
假如方五乘
先縮空級得平方開之得八再為實開
立方除之得商二也
冪商

是求商幾自乘數也開出商冪者依平方消長法載于伏題篇中求之自原式實級逐下隔一級而縮布之為假實又自方級逐下隔一級而縮布之為假方仍假實自乘與假方自乘除一級者相減之得開出商冪式也開出商再乘冪者依立方消長法求之自原式實

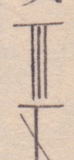
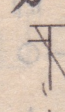
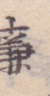
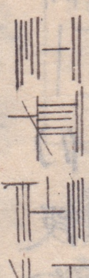
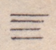
自乗與假方自乗降一級者相減之得開出商冪式
也開出商再乗冪者依立方消長法求之自原式實
級逐下隔二級而縮布之爲假實級自方級逐下隔
二級而縮布之爲假方復自初廉級逐下隔二級而
縮布之爲假廉仍假實再自乗一段假方再自乗降一
級者一段假廉再自乗降二級者一段三位相并與假實
假方假廉相乗降一級者三段相減之得開出商再乗
冪式也開出商三乗冪已上準之

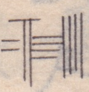
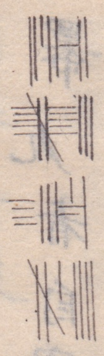
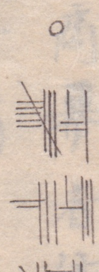
假如立方 ≡| |||| | |

此式商三也開出商冪九者自實逐下隔一級
而縮布之爲假實 ≡| | 自方逐下隔一級而縮
布之爲假方 |||| | 仍假實自乗 |||≡| ≡| | 假方自
乗降一級得 ○ ≡|||| ○ | 相減之得開出商冪式

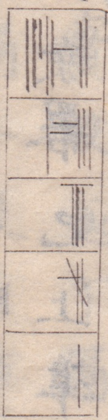
|||≡|
|‖
⊣
|

假如方三乗 ‖ 丅 ⊣||| 丅 | |

此式商二也開出商再乗冪八者自實逐下隔二級而縮布之為假實自方逐下隔二級而縮布之為假方以上廣直為假廉仍假實再自乗一段假方再自乗降一級者一段。訂假廣再自乗降二級者一段。

。三位相并共得廣相乗降級者三段。相減之得開出

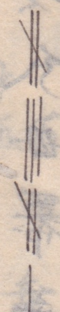
商再乗冪式



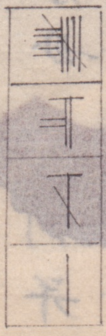
乗除商

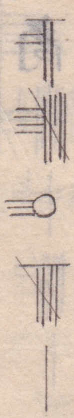
是求乗除集之商也開出乗商者以乗数乗原式隅上級以乗数冪乗次上級以乗数再乗冪乗又次上

除商者以除數乗方級以除數冪乗初廉級以除數
再乗冪乗次廉級逐下至偶級乗除數幾乗冪得開
出除商式也

假如立方 

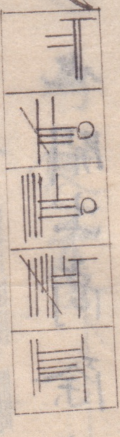
此式商一也開出商乗其三者偶級者不乗以故用原偶數
其三乗原廉二得負六為廉數以其冪九乗原方
三得正二十七為方數以其再乗冪二十七乗原實二
得負五十四為實數得開出乗商式



假如方三乗 

此式商三也開出商除其四者實級者不乗以故用原實數
其四乗原方四十五得負一百八十為方數以其冪十
六乗原上廉三十得正四百八十為上廉數以其再乗

冪六四十乗原下廉九得貟七五十百六為下廉數以其
三乗冪十六二百五乗原偶得正五二十百六為偶數得開
出除商式



增損商

是求取分數之商也開出增商者分母子相并為增
數開出損商者分母子相減為損數以增損數乗偶
上級以增損數冪乗次上級以增損數再乗冪乗之
次上級逐上至實乗增損數幾乗冪却置其式以分
母乗方級以分母冪乗初廉級以分母再乗冪乗次
廉級逐下至偶級乗分母幾乗冪得開出增損商式
也

也

假如立方

此式商三也開出商增三以之二者以母子相

并得五為增數偶級者不乘故用原偶數即乘原廉六得負三

十以增數冪二十五乘原方一十二得正三百以增數

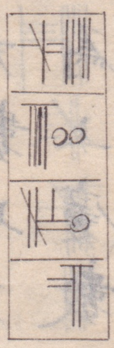
再乘冪一百二十五乘原實九得負一千一百二十五置其式

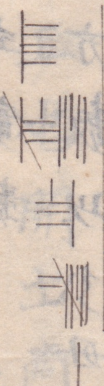
實級者不乘故即用其式實數以乂母三乘方三百得正九百為方

數以乂母冪九乘廉三十得負二百七十為廉數以乂

母再乘冪二十七乘偶一得正二十七為偶數得開出

增商式



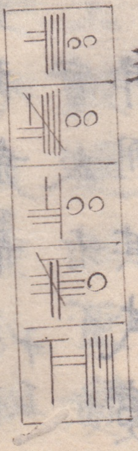
假如三乘方

此式商五也開出商損五以之三者以母子相

減餘二為損數偶級者即用原偶數以之乘原下廉一十五

得負三十以損數冪四乘原上廉八十一得正三百二十四

以損數再乘冪八乘原方一百八十五得負一千四百八十
以損數三乘冪一十六乘原實一百五十得正二千四百置
其式實數有即周其式實數以方母五乘方一千四百八十得負七
千四百為方數以分母冪二十五乘上廉三百二十四得
正八千一百為上廉數以分母再乘冪一百二十五乘下
廉三十得負三千七百五十為下廉數以分母三乘冪六百
二十五乘隅一得正六百二十五為隅數得開出損商式



加裁商

是求加裁個數之商也以加裁數如開出法自隅命
之逐上至實加裁之加商者同裁異裁商者同加異為實數又自

是求加減個數之商也以加減數如開出法自偶命

之逐上至實加減之加商者同減異加減商者同加異減為實數又自

加減之畢得開出加減商式也

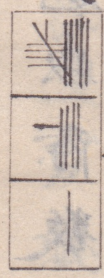
假如平方 

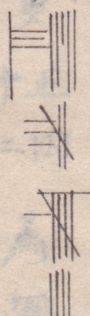
此式商三也開出商加二個者以加數二命原

廉正一得二同減原方正一十八餘正一十六命加數得三十

二異加原實負六十三得負九十五為實數又以加數命

原廉得正二同減方正一十六餘正一十四為方數廉數者即

甲原廉得開出加商式 

假如立方 

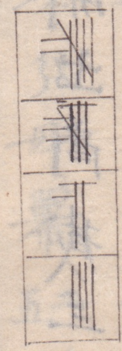
此式商五也開出商減三箇者以減數三命原

偶正四得一十二異減原廉負一十九餘負七命減數得負二

十一同加原方負三十二得負五十三命減數得負一百五十九異

減原實正一百三十五餘負二十四為實數又以減數命原

隅得正一十二異裁廉殘負七餘正五命裁數得正十五異
裁方殘負五十三餘負三十八為方數復以裁數命原隅
得正一十二同加廉殘正五得正一十七為廉數偶數者即用原隅
得開方裁商式



報商
是求以商除之所得數也以除數乘方級以除數冪
乘初廉級以除數再乘冪乘次廉級逐下至隅級乘
除數幾乘冪各得數諸級顛倒而布之以實布隅以方布最下廣
以初廣布次上廉逐如此以隅布實而得式也得開方報商式也
假如千方

此式商四也開方以商四除三個之數者以除

假如平方

此式商四也開出以商四除三個之數者以除

之三實原方八得頃二以除數冪九乘原廉一

得杠以之為實數以方頃十四二再為方數以原實

杠正十一六為廣數得開出報商式

假如立方 ○ 一

此式商三也開出以商三除二個之數者以除

數二乘原方正三十得頃七以除數冪四乘原廣

十一得杠正十四以除數再乘冪八乘原隅一得負八以

之為實數以廣杠正十四為方數以方頃十七為廉數

以原實正十二四為隅數得開出報商式

反商

是求反覆原商也開出商反正負者置原式起於實

級或有起於方級或起於隅級或逐下隅一級而反起於最丁廣者各依時宜用之

正負得開出反商式也

假如平方 𝍨 𝍥̸ 𝍠
此式正商三也開出負商者起於上則反原實正九為負隅方級一反原廉正一為負方級者依舊負也

得開出負商式

𝍨̸
𝍥̸
𝍠

假如立方 𝍧̸ 𝍡 𝍠 𝍠̸
此式負商二也開出正商者起於下則反原隅負一為正隅廉一級反原方正二為負實級正級員廉各依舊得開出正商式

𝍧̸
𝍡̸
𝍠
𝍠