

第2回レポート問題

幾何学 AII/幾何学 I (担当: 新國)

2013年12月18日(水)

問題. 以下の大問 [1], [2], [3], [4] の全てに解答せよ.

- [1] 標準的な位相による n 次元 Euclid 空間 $(\mathbb{R}^n, \mathcal{O}(\mathbb{R}^n))$ において, 単位 $(n-1)$ 次元球面

$$S^{n-1} = \left\{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1 \right\}$$

は \mathbb{R}^n の有界な閉集合であることを示せ.

- [2] (X, \mathcal{O}) を位相空間とし, A, B は X の部分集合で $A \supset B$ であるとする. いま, B が A のコンパクト部分集合であるならば, B は X のコンパクト部分集合でもあることを示せ.

- [3] (X, \mathcal{O}) を位相空間とし, X' を集合とする. また, $f: X \rightarrow X'$ を写像とし, f により \mathcal{O} から誘導される X' の位相を \mathcal{O}' で表す.¹ このとき, f が全射で, かつ (X, \mathcal{O}) がコンパクトであれば, 位相空間 (X', \mathcal{O}') もコンパクトであることを示せ.

- [4] (X, \mathcal{O}) を位相空間とし, \mathcal{U} をその閉集合系とする. このとき, 以下の条件 (T_4) , $(T_4)'$ は互いに必要十分条件であることを示せ.

(T_4) $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ なる $A_1, A_2 \in \mathcal{U}$ に対し, ある $O_1, O_2 \in \mathcal{O}$ が存在して, $A_1 \subset O_1, A_2 \subset O_2, O_1 \cap O_2 = \emptyset$ が成り立つ.

$(T_4)'$ $A \subset O$ なる $A \in \mathcal{U}, O \in \mathcal{O}$ に対し, ある $O_1 \in \mathcal{O}$ が存在して, $A \subset O_1$ かつ $\bar{O}_1 \subset O$ が成り立つ.

以上

¹§ 4.3 定義 4.3.2 を参照せよ. 位相空間 (X, \mathcal{O}) , 及び写像 $f: X \rightarrow X'$ に対し, X' の部分集合族 \mathcal{O}' を

$$\mathcal{O}' = \{O' \subset X' \mid f^{-1}(O') \in \mathcal{O}\}$$

で定義すると, これは X' の位相となる (定理 4.3.1). この \mathcal{O}' を, f により \mathcal{O} から誘導される X' の位相と呼ぶのであった.

提出期限: 2014年1月10日(金) 16:35

原則、新國まで直接手渡しで提出すること。講義時間の前後でも良いし、あるいは研究室まで直接来て貰っても構わない(在室時間は新國のウェブサイト等で確認すること)。郵送や代理人による提出を原則認めないが、やむを得ない事情がある場合(締切前後が介護等体験実習の日程と重なっている等)には認めることがあるので、早目に申し出ること。また、レポート作成にあたっては、別紙「レポートの書き方についての注意」を熟読すること。体裁の整っていないレポートについては、それだけで減点することがある。

レポートの書き方についての注意

1. (数学に限らず) 一般にレポートを提出する際の注意

- ・ 氏名, 所属学科及び専攻, 学生番号を書く
- ・ 講義のタイトル, 担当教員の名前も書く

これら最低限のことすら成されていないレポートを見ることがある。レポートには必ず表紙を付けて, そこに上記事項を記載すること。使用する用紙のサイズは, 特に指定がなければ A4 もしくは B5 が良いだろう。全ての用紙は, ホッチキス (ステイプラー) などを用いて必ずしっかりと綴じること。ゼムクリップ留めはダメ。

- ・ 課題 (問題) をきちんと記載する

課題や問題が明記されているものは, それらもレポートに記載し, 解答と合わせて自己完結的に書くこと。ただ答えだけ書けば良いというものではない。

- ・ きれいに, かつ他者が読みやすいように書く努力をする

無造作に書き殴っただけのレポートは, 読んで貰えないと思って良い。読み手を説得する, あるいは納得させる努力を惜しまないことが大切である。

- ・ 締切厳守

これは常識中の常識だが, 残念ながら締切を守れない学生もいる。締切日時までに提出できないというやむを得ない理由がある場合は, 締切前に必ず担当教員にその旨を連絡し, 指示を仰ぐこと。

2. 数学のレポートを提出する際の注意

- ・ 解答に至る経過を, 筋道を立てて論理的にきちんと記述する

数学の問題に取り組み, それに解答する際には, どのように考え, どのような経過を辿って解答に行き着いたのかを, 他者が読んでわかるように書く努力をするべきで, 計算用紙をそのまま提出したようなレポートは論外である。このことは君たちが中高生のときに既に学んだはずのことであり, 大学で学び直すことではない。また, 解答がわからなかったからといって, 途中でいきなり解答するのをやめたまま提出するのにもダメである。レポートは試験ではない。どこまで自分で考えて, どこがわからなかったのかまで具体的に書くべきである。

レポートは試験とは違うので, 勿論, 人に聞いたり, 関連する情報を専門書等を利用して調べたりして構わない。また, 何人かの学生で議論を重ねたうえで, 1つの解答が生まれるという場合だってあるだろう (むしろそのような相乗効果は歓迎する)。とにかく考えられる手を尽くして最良のレポートを作成することを心掛けること。一方, 自分で全く考えようともせず, 他人のものを丸写ししただけのレポートは, すぐにバレる。多少, 文章や表現などを変えてあったとしても。